

**Zestaw 1 dodatkowy**

1. Udowodnij za pomocy dowodu kombinatorycznego następujące tożsamości:

a) 
$$\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k},$$

b) 
$$\binom{n}{k} \binom{k}{m} = \binom{n}{m} \binom{n-m}{n-k},$$

c) 
$$\sum_{i=0}^k \binom{m}{i} \binom{n}{i} = \binom{m+n}{k}.$$

2. Dany jest graf  $G$  o  $n$  wierzchołkach i  $m$  krawędziach. Wyznacz oraz uzasadnij wzór na:

a) liczbę ścieżek  $P_3$  indukowanych w grafach  $G$  oraz  $\overline{G}$  łącznie,

b) liczbę ścieżek  $P_3$  w grafach  $G$  oraz  $\overline{G}$  łącznie.

3. Niech  $V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ . Ile jest:

a) hipergrafów etykietowanych  $k$ -jednorodnych o zbiorze wierzchołków  $V$ , gdzie  $k \in \{1, 2, \dots, n\}$ ?

b) hipergrafów etykietowanych o zbiorze wierzchołków  $V$  będących drzewami bez singletonów o dokładnie dwóch krawędziach?

c) hipergrafów etykietowanych o zbiorze wierzchołków  $V$  będących drzewami bez singletonów o dokładnie trzech krawędziach?